



UNIVERSIDAD DE PUERTO RICO
RECINTO UNIVERSITARIO DE MAYAGÜEZ
PRECÁLCULO I

SIMULACRO TERCER EXAMEN PARCIAL

18 de noviembre de 2025

Valor: 100 pts.

Nombre: CLAVE
Profesor: _____

#Est: _____
Sección: _____

Instrucciones:

- Dispone de 1 hora y 30 minutos para responder el examen.
- Debe apagar y guardar todo teléfono celular, reloj inteligente y todo reproductor de música.
- En los problemas abiertos **debe mostrar claramente y organizada-mente su procedimiento** de lo contrario no obtendrá puntos parciales.
- Puede utilizar calculadora científica **no gráfica**.
- No puede utilizar hojas adicionales

Parte I. (30 puntos) Escoge. En los siguientes ejercicios seleccione la mejor alternativa. Coloque sus respuestas en la siguiente tabla. (3 puntos cada uno)

(1) <u>A</u>	(2) <u>D</u>	(3) <u>A</u>	(4) <u>C</u>	(5) <u>B</u>	(6) <u>B</u>	(7) <u>A</u>	(8) <u>C</u>	(9) <u>A</u>	(10) <u>C</u>
--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	--------------	---------------

(1) ____ Si f es un polinomio y $x = -4$ es un cero de f que tiene multiplicidad 3, entonces la gráfica de f :

- ☒ A. Cruza el eje x en $x = -4$. B. Ni toca, ni cruza el eje x .
C. Toca, pero no cruza, el eje x en $x = -4$. D. Ninguna de las anteriores.

(2) ____ ¿Cuál de las siguientes es una función polinómica?:

- A. $p(x) = 3x + 5x^2 - 6x^{\sqrt{3}}$. B. $p(x) = 12x^3 - \frac{1}{7}x^5 + \frac{5}{x}$.
C. $p(x) = 3 - 7x^3 + \sqrt{2}x^{\frac{3}{3}}$. ☒ D. $p(x) = \frac{1}{7}x^3 - \frac{\sqrt{5}}{3}x + 20x^2$.

(3) ____ La ecuación $2x^2 - 4x + 5 = 0$, tiene: $\Delta = (-4)^2 - 4(2)(5) = 16 - 40 = -24$

- ☒ A. 2 soluciones complejas. B. 2 soluciones reales.
C. Una solución real y una compleja. D. No tiene solución, ni real ni compleja.

(4) ____ Si $x = c$ es un cero real del polinomio $P(x)$, entonces:

- A. $(x + c)$ es un factor del polinomio $P(x)$.
B. $P(c)$ es un valor no definido en el dominio del polinomio.
☒ C. El residuo al realizar división sintética con $x = c$ es cero.
D. Ninguna de las anteriores.

(5) ____ El rango de la función cuadrática $y = -\frac{1}{3}(x - 1)^2 + 7$ es:

- A. $[7, \infty)$ ☒ B. $(-\infty, 7]$ C. $(-\infty, 1]$ D. $[1, \infty)$

$V = (1, 7)$



$$\left. \begin{aligned} (i^2)^{1019} &= (-1)^{1019} = -1 \\ (i^2)^{1013} &= (-1)^{1013} = -1 \end{aligned} \right\} 1 - 3 = -2$$

(6) ____ Al simplificar $i^{2028} + 3i^{2026}$:

- A. 4 . ~~B.~~ -2. C. $1 - 3i$. D. $1 + 3i$.

(7) ____ El eje de simetría de la función $f(x) = 2x^2 - 4x + 5$ es:

- ~~A.~~ $x = 1$ B. $y = 1$ C. $x = 3$ D. $y = 3$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2(2)} = 1$$

(8) ____ El intercepto con el eje de y de la función $f(x) = 2(x - 4)^2 - 5$ es:

- A. $(0, 5)$ B. $(0, -4)$ ~~C.~~ $(0, 27)$ D. $(0, 2)$

$$f(0) = 2(-4)^2 - 5 = 32 - 5 = 27$$

(9) ____ La división de polinomios

$$\frac{4x^5 - 6x^2 + 2x - 1}{3x^2 - 6x + 2}$$

se puede realizar:

- ~~A.~~ Solamente con división larga de polinomios.
B. Solamente con división sintética de polinomios.
C. Tanto con división larga como con división sintética de polinomios.
D. Ninguna de las anteriores.

(10) ____ El producto de $-5 + 2i$ y su conjugado es:

- A. 25. B. -21. ~~C.~~ 29. D. 4.

$$(-5)^2 + (2)^2 = 25 + 4$$

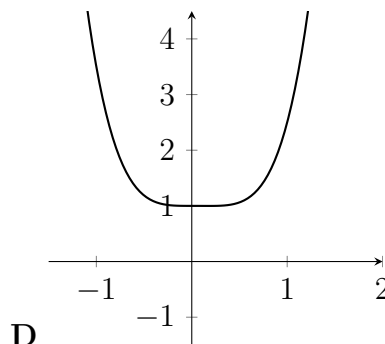
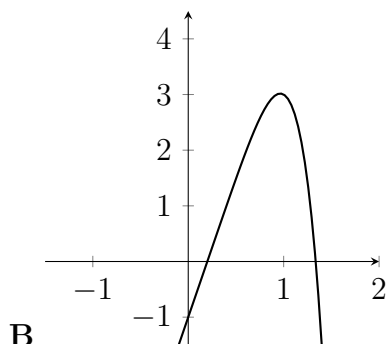
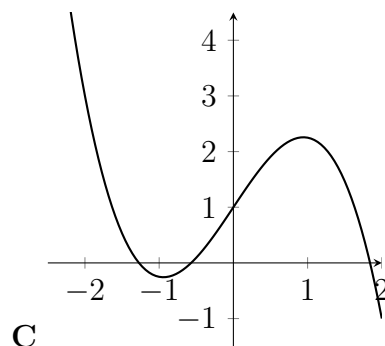
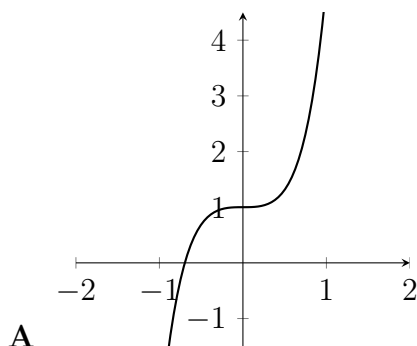
Parte II. (4 puntos) Parea. **Indique la gráfica que mejor representa las siguientes funciones polinómicas.** (1 punto cada uno)

1. D $f(x) = 2x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 1$

3. B $f(x) = -x^6 + 5x - 1$

2. A $f(x) = 2x^5 + 2x^3 + 1$

4. C $f(x) = -\frac{3}{4}x^3 + 2x + 1$



Parte III. (66 puntos) Problemas Abiertos. **Realice los siguientes ejercicios en el espacio provisto. Debe mostrar todo su procedimiento realizado para poder recibir puntuación completa.**

- (1) (12 puntos) Sean $z = 2 - 2i$ y $w = -2 + i$. Realice y simplifique las siguientes operaciones de números complejos, **presente la respuesta en la forma simplificada $a + bi$** .

i. (4 puntos) $3w + 2z$

$$\begin{aligned} & 3(-2+i) + 2(2-2i) \quad (1) \\ & = -6 + 3i + 4 - 4i \quad (1) \\ & = (-6+4) + (3-4)i \quad (1) \\ & = -2 - i \quad (1) \end{aligned}$$

ii. (4 puntos) $\frac{w}{z}$

$$= \frac{-2+i}{2-2i} \cdot \frac{2+2i}{2+2i} \quad (1)$$

$$= \frac{(-2+i)(2+2i)}{2^2 + (-2)^2} \quad (1)$$

$$= \frac{-4 - 4i + 2i - 2}{8}$$

iii. (4 puntos) $w \cdot z$

$$\begin{aligned} & (-2+i)(2-i) \\ &= -4 + 4i + 2i + 2 \quad (2) \\ &= -2 + 6i \quad (2) \end{aligned}$$

- (2) (8 puntos) Realice, usando la división larga de polinomios, la siguiente siguiente división y determine el polinomio cociente y el polinomio residuo.

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 2x - 6 \\
 \hline
 x^2 + 4 \quad \left| \begin{array}{l} x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 3x - 1 \\ -x^4 \qquad -4x^2 \\ \hline 2x^3 - 6x^2 + 3x - 1 \\ -2x^3 \qquad -8x \\ \hline -6x^2 - 5x - 1 \\ +6x^2 \qquad +24 \\ \hline -5x + 23 \end{array} \right.
 \end{array}$$

(5)

$$\frac{x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 3x - 1}{x^2 + 4}$$

(1)

$$\frac{x^4}{x^2} = x^2 \quad \frac{2x^3}{x^2} = 2x \quad \frac{-6x^2}{x^2} = -6$$

$$C(x) = x^2 + 2x - 6 \quad R(x) = -5x + 23$$

(3) (15 puntos) Considere la siguiente función:

$$P(x) = x(x-3)(x-1)^2$$

- i. (3 puntos) Identifique el término líder del polinomio y describa el comportamiento en los extremos de $P(x)$.

$$\text{T.L.} = x^4 \quad (1)$$

$$x \rightarrow -\infty$$

$$y \rightarrow \infty \quad (1)$$

$$x \rightarrow \infty$$

$$y \rightarrow \infty \quad (1)$$

- ii. (3 puntos) Liste todos los interceptos en x y sus respectivas multiplicidades.

$$x = 0 \rightarrow \text{Mult } 1 \quad (1)$$

$$x = 3 \rightarrow \text{Mult } 1 \quad (1)$$

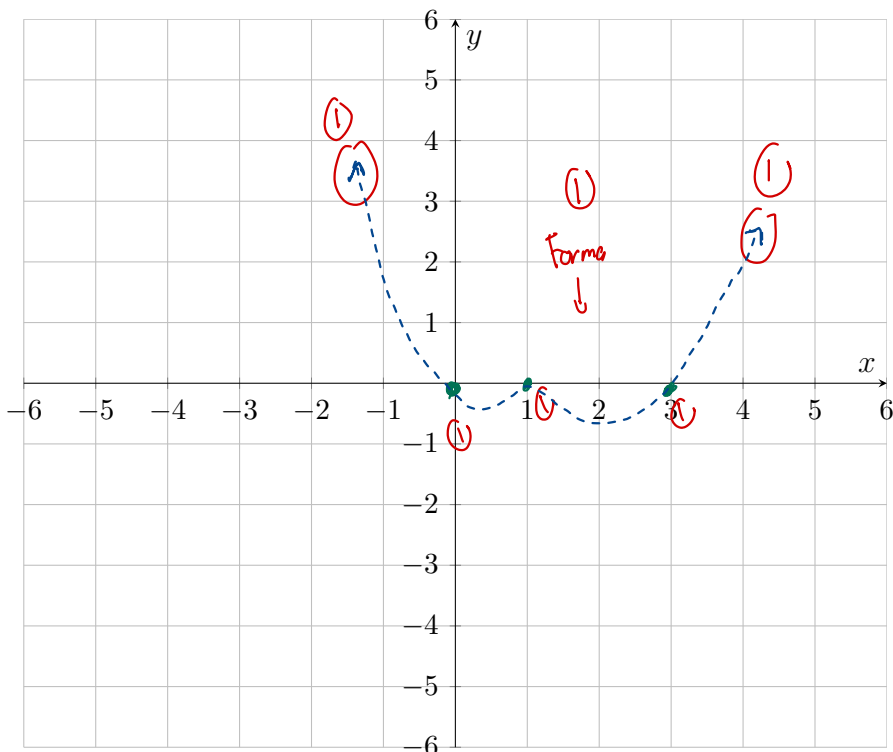
$$x = 1 \rightarrow \text{Mult } 2 \quad (1)$$

- iii. (3 puntos) Identifique el grado del polinomio $P(x)$ y el mayor número posible de máximos y mínimos.

$$\text{Grado } 4 \quad (1)$$

$$\# \text{ de máx y min} = 4 - 1 = 3 \quad (2)$$

- iv. (6 puntos) Haga un bosquejo de la gráfica de la función $f(x)$.



- (4) (6 puntos) Se tienen 68 metros de verja para cercar un campo en forma rectangular. ¿Cuáles serían las dimensiones para que el campo cubra un área máxima?

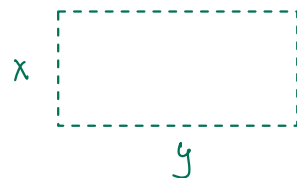
$$2x + 2y = 68 \quad (1)$$

$$y = \frac{68 - 2x}{2} = 34 - x$$

$$A = x \cdot y$$

$$= x(34 - x)$$

$$= 34x - x^2 \quad (2)$$



$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-34}{2(-1)} = 17 \quad (1)$$

$$y = 34 - 17 = 17 \quad (1)$$

∴ Debe ser (1)
un cuadrado de 17 m
de lado

- (5) (5 puntos) Determine un polinomio $P(x)$ que sea de grado 5, con ceros 1 y -1 donde ambos son de multiplicidad 1 y otro cero es 2 con multiplicidad 3. Además que $P(0) = -4$.

$$P(x) = K(x-1)(x+1)(x-2)^3$$

$$P(0) = K(0-1)(0+1)(0-2)^3$$

$$= K(-1)(1)(-8)$$

$$= 8K$$

$$P(0) = -4$$

$$\Rightarrow 8K = -4 \quad \therefore P(x) = -\frac{1}{2}(x-1)(x+1)(x-2)^3$$

$$\Rightarrow K = -\frac{1}{2}$$

- (6) (8 puntos) Considere la siguiente función polinómica

$$f(x) = x^4 - 13x^2 + 12.$$

- i. (5 puntos) Utilice división sintética para hallar el polinomio cociente y residuo cuando $f(x)$ se divide por $x - 2$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 0 & -13 & 0 & 12 \\ & \downarrow & 2 & 4 & -18 & -36 \\ \hline & 1 & 2 & -9 & -18 & -24 \end{array}$$

$$C(x) = x^3 + 2x^2 - 9x - 18 \quad (1)$$

$$R(x) = -24 \quad (1)$$

- ii. (3 puntos) ¿Es $x - 1$ un factor del polinomio $f(x)$? ¿Sí o no? Justifique usando división sintética.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 0 & -13 & 0 & 12 \\ & \downarrow & 1 & 1 & -12 & -12 \\ \hline & 1 & 1 & -12 & -12 & 0 \end{array} \quad (2)$$

Sí es factor porque
el residuo es 0 (1)

(7) (12 puntos) Considere la función cuadrática

$$f(x) = -2x^2 + 4x + 6$$

- i. (6 puntos) Halle la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$, de la función cuadrática. Identifique el punto que sería el vértice de la parábola.

$$\frac{f(x)}{-2} = \frac{-2x^2}{-2} + \frac{4x}{-2} + \frac{6}{-2} \quad (1)$$

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{-c}{2}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{f(x)}{-2} = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow \frac{f(x)}{-2} = x^2 - 2x + 1 - 1 - 3 \quad (1)$$

$$\Rightarrow \frac{f(x)}{-2} = (x-1)^2 - 4 \quad (1)$$

$$\Rightarrow f(x) = -2(x-1)^2 + 8 \quad (1)$$

$$V = (1, 8) \quad (1)$$

- ii. (6 puntos) Haga un bosquejo de la parábola e identifique sobre la misma el vértice, los interceptos en x y el intercepto en y .

$$I_y: (0, 6)$$

$$f(0) = -2(0-1)^2 + 8 \\ = -2 + 8 = 6$$

$$I_x: (3, 0) \quad (-1, 0)$$

$$0 = -2(x-1)^2 + 8$$

$$\Rightarrow -8 = -2(x-1)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{4} = \sqrt{(x-1)^2}$$

$$\Rightarrow \pm 2 = x-1$$

$$\Rightarrow 1 \pm 2 = x$$

$$\swarrow \quad \searrow$$

$$x = 3 \quad x = -1$$

